BÀI GIẢNG SỐ 1. QUY TẮC CỘNG QUY TẮC NHÂN VÀ ỨNG DỤNG

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

➢ ***Quy tắc cộng***

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo 2 phương án, trong đó:

Phương án 1: có thể thực hiện theo m cách;

Phương án 2: có thể thực hiện theo n cách.

Khi đó công việc đã cho có thể thực hiện được theo $m+n$ cách.

Tổng quát: *Nếu có m_1 cách chọn đối tượng x_1, có m_2 cách chọn đối tượng $x_2,...,$ m_n cách chọn đối tượng x_n và nếu cách chọn đối tượng x_i không trùng với đối tượng x_j nào $(i \neq j; i,j = 1,2,...,n)$ thì có $m_1 + m_2 + \ldots + m_n$ cách chọn một trong các đối tượng đã cho.*

➢ ***Quy tắc nhân***

Giả sử một công việc có thể tiến hành theo 2 công đoạn, trong đó:

Công đoạn 1: có thể thực hiện theo m cách,

Công đoạn 2: có thể thực hiện theo n cách.

Khi đã công việc đã cho có thể được thực hiện theo $m.n$ cách.

Tổng quát: *Nếu một phép chọn được thực hiện qua n bước liên tiếp, bước 1 có m_1 cách, bước 2 có m_2 cách,.... bước n có m_n cách, thì phép chọn đó được thực hiện theo $m_1.m_2 \ldots m_n$ cách khác nhau.*

➢ ***Các dấu hiệu chia hết***

a. *Chia hết cho 2 thì số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8*

b. *Chia hết cho 3 thì tổng các chữ số chia hết cho 3*

c. *Chia hết cho 4 là số mà hai chữ số cuối cùng hợp thành số chia hết cho 4. (200, 1224, 708…)*

d. *Chia hết cho 5 thì số tận cùng là 0 và 5*

e. *Chia hết cho 6 khi số đó chia hết cho 2 và 3.*

f. *Chia hết cho 8 khi 3 chữ số cuối cùng hợp thành số chia hết cho 8.*

g. *Chia hết cho 9: tổng các chữ số chia hết cho 9.*

h. *Chia hết cho 10: số tận cùng là 0.*

i. *Chia hết cho 25: số tận cùng là 00, 25, 50, 75.*

➢ ***Phép đếm:*** *Để giải các bài toán về phép đếm, người ta sử dụng 2 quy tắc cộng và nhân.*

+ *Phép đếm không lặp là các cách chọn k phần tử đôi một khác nhau trong n phần tử đã cho.*

+ *Phép đếm có lặp là phép đếm trong đó mỗi phần tử trong quá trình chọn, có thể được chọn lặp đi lặp lại nhiều lần.*

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Bài toán 1: Sử dụng quy tắc cộng để giải bài toán đếm

Phương pháp giải:

- Phân tích công việc cần giải quyết thành n công đoạn độc lập với nhau: $A_1, A_2, \ldots, A_n$.
- Xác định
  A_1 có m_1 cách khác nhau
  A_2 có m_2 cách khác nhau
  …
  A_n có m_n cách khác nhau.
- Khi đó, ta có $m_1 + m_2 + \ldots + m_n$ cách hoàn thành công việc.

Ví dụ 1.1: *Lớp 12T có 30 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách để chọn một học sinh trong lớp làm lớp trưởng?*

Giải

Công việc chọn lớp trưởng có hai phương án: chọn một nam học sinh hoặc một nữ học sinh làm lớp trưởng.
Chọn học sinh nam làm lớp trưởng có 30 cách chọn
Chọn học sinh nữ làm lớp trưởng có 10 cách chọn
Khi đó, theo quy tắc cộng ta có 30 + 10 = 40 cách để chọn một học sinh trong lớp làm lớp trưởng.

Ví dụ 1.2: *Một câu lạc bộ ngoại ngữ có: 73 thành viên đăng kí học tiếng Anh, 56 thành viên đăng kí học tiếng Pháp, 20 thành viên đăng kí học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Hỏi câu lạc bộ có bao nhiêu thành viên biết rằng câu lạc bộ chỉ tổ chức học Tiếng Anh và tiếng Pháp?*

Giải

Ta chia thành viên câu lạc bộ gồm 3 nhóm độc lập:
+ Nhóm I chỉ đăng kí học tiếng Anh: 73 – 20 = 53 (thành viên)
+ Nhóm II chỉ đăng kí học tiếng Pháp: 56 – 20 = 36 (thành viên)
+ Nhóm III đăng kí học cả tiếng Anh và tiếng Đức: 20 (thành viên)
Khi đó, theo quy tắc cộng câu lạc bộ có: 53 + 36 + 20 = 109 thành viên.

Bài toán 2: Sử dụng qui tắc nhân để giải bài toán đếm

Phương pháp giải:

- Phân tích công việc cần giải quyết thành *n* công việc nhỏ liên tiếp: $A_1, A_2, \ldots, A_n$.
- Xác định
  A_1 có m_1 cách khác nhau.
  Ứng với mỗi cách thực hiện A_1, A_2 có m_2 cách khác nhau
  …
  Ứng với mỗi cách thực hiện $A_1, .., A_{n-1}$ thì A_n có m_n cách khác nhau.
- Khi đó, ta có $m_1.m_2. \ldots . m_n$ cách để hoàn thành công việc.

Ví dụ 2.1: *Một hội đồng nhân dân có 15 người, cần bầu ra 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 ủy ban thư ký và không được bầu 1 người vào 2 hay 3 chức vụ. Hỏi có mấy cách?*

Giải

Có 15 cách chọn chủ tịch. Với mỗi cách chọn chủ tịch, có 14 cách chọn phó chủ tịch. Với mỗi cách chọn chủ tich và phó chủ tịch, có 13 cách chọn thư ký.
Vậy có: $15.14.13 = 2730$ cách chọn.

Ví dụ 2.2: *Cho tập hợp* $E = \{1,2,3,4,5,6\}$. *Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau từ tập hợp* E*), sao cho mỗi số hàng nghìn tạo thành đều chia hết cho 4.*

Giải

Từ tập hợp E chọn được các số có 2 chữ số khác nhau và chia hết cho 4: 12, 16, 24, 32, 36, 52, 56, 64.

Bài toán được giải theo 3 bước sau:

+ Bước 1: Chọn 2 số cuối. Theo trên số cách chọn $m_1 = 8$.

+ Bước 2: Chọn số hàng trăm. Do đã chọn 2 chữ số cuối nên chữ số hàng trăm chỉ được chọn trong 4 số còn lại, do đó $m_2 = 4$.

+ Bước 3: Chọn số hàng nghìn. Tương tự bước 2, ta có $m_3 = 3$.

Theo quy tắc nhân, số các số phần tử cần tìm là $m_1 m_2 m_3 = 8.4.3 = 96$.

Vậy có 96 cách chọn.

Ví dụ 2.3: *Có bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1 đến 9?*

Giải

Gọi $M = \{1;...;9\}$
Một số có 5 chữ số được lập từ các phần tử của M có dạng $\overline{abcde}$ với $a,b,c,d,e \in M$
e được chọn từ *M* mà *e* phải là chữ số chẵn nên *e* có 4 cách chọn.
Ứng với với mỗi cách chọn *e* thì *a* được chọn từ tập *M* \{*e*} nên *a* có 8 cách chọn
Ứng với với mỗi cách chọn *e, a* thì *b* được chọn từ tập *M* \{*e;a*} nên *b* có 7 cách chọn
Ứng với với mỗi cách chọn *e, a, b* thì *c* được chọn từ tập *M*\ {*e; a; b*} nên *c* có 6 cách chọn
Ứng với với mỗi cách chọn e, a, b, c thì d được chọn từ tập *M*\{*e; a; b; c*} nên *d* có 5 cách chọn
Khi đó, theo quy tắc nhân ta có 4.8.7.6 = 1344 số.

Vậy có tất cả 1344 số cần tìm.

Ví dụ 2.4: *Từ các chữ số* $0,1,2,3,4,5$ *có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3.*

Giải

Ta gắn liền hai số $2,3$ với nhau và coi đó là 1 số kép. Có 2 cách gắn liền $(23;32)$. Như vậy ta có $m_1 = 2$.

Bây giờ ta quy về bài toán: Từ 5 số (trong đó có số kép) hãy lập ra các số có 5 chữ số khác nhau. Do trong 5 số này có số 0 nên:

Có $m_2 = 4$ cách chọn số hàng vạn.

Có $m_3 = 4$ cách chọn số hàng nghìn.

Có $m_4 = 3$ cách chọn số hàng trăm.

Có $m_5 = 2$ cách chọn số hàng chục.

Có $m_6 = 1$ cách chọn số hàng đơn vị.

Theo quy tắc nhân, số các chữ số được lập ra và thỏa mãn yêu cầu đề bài là:

$m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 = 2.4.4.3.2.1 = 192$

Vậy có tất cả 192 số cần tìm.

Nhận xét: Trong ví dụ trên ta sử dụng thuần túy quy tắc nhân cùng với kỹ thuật ghép số.

Bài toán 3: Kết hợp qui tắc cộng và qui tắc nhân để giải bài toán đếm.

Ví dụ 3.1: *Có bao nhiêu số nguyên dương bé hơn 100 được tạo thành từ* $M=\{0,2,4,5,7,8,9\}$ *?*

Giải

Các số tự nhiên bé hơn *100* gồm số có một chữ số hoặc số có hai chữ số.
Trường hợp 1: Có 7 số tự nhiên có một chữ số.
Trường hợp 2: Giả sử số tự nhiên có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $a \in M$ $b \in M$ và $a \neq 0$
a được chọn từ $M=\{0,2,4,5,7,8,9\}$ nên a có 6 cách chọn
Ứng với mỗi cách chọn *a, b* được chọn từ $M \setminus \{a\}$ nên *b* có 6 cách chọn.
Theo quy tắc nhân ta có: 6.6 = 36 cách chọn.
Vậy theo quy tắc cộng ta có: 7 + 36 = 43 số.

Ví dụ 3.2: *Một lớp học có 9 và 5 nữ, giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra một nhóm 3 em để đi họp chi đoàn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:*

a) *Chọn tùy ý?*
b) *Trong 3 học sinh được chọn có đúng một học sinh nữ?*
c) *Trong 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ?*

Giải

a) Một nhóm 3 em tùy ý được tạo thành bằng cách chọn từng em một.
Học sinh thứ nhất có 14 cách chọn
Học sinh thứ 2 được chọn từ 13 em còn lại nên có 13 cách chọn
Học sinh thứ 3 được chọn từ 12 em còn lại nên có 12 cách chọn
Do mỗi nhóm như vậy được tính 6 lần nên có (14.13.12) : 6 = 364 cách chọn
b) Một nhóm 3 em có đúng một nữ dược chọn bằng cách chọn một nữ và hai nam
Học sinh nữ được chọn từ 5 em nên có 5 cách chọn

Học sinh nam thứ nhất được chọn từ 9 em nam nên có 9 cách chọn
Học sinh nam thứ hai được chọn từ 8 em nam còn lại nên có 8 cách chọn
Mỗi nhóm chọn như vậy được tính hai lần nên có (5.9.8) : 2 = 180 cách chọn

c) Cách chọn nhóm tùy ý bao gồm cách chọn nhóm không có học sinh nữ nào và cách chọn nhóm có ít nhất một em nữ.
Để chọn nhóm không có học sinh nữ ta có (9.8.7) : 6 = 84cách chọn
Vậy nhóm 3 em có ít nhất một học sinh nữ có 364 – 84 = 280 cách chọn.

Ví dụ 3.3: *Từ các chữ số* $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ *có thể lập được bao nhiêu số chẵn có* 5 *chữ số đôi một khác nhau ?*

Giải

Gọi $x=\overline{abcde}$ là số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau.

Trường hợp 1: $e=0$, khi đó:

- a có 9 cách chọn;
- b có 8 cách chọn;
- c có 7 cách chọn;
- d có 6 cách chọn;

Theo qui tắc nhân lập được $9.8.7.6=3024$ số.

Trường hợp 2: $e\neq 0$, khi đó:

- e có 4 cách chọn;
- a có 8 cách chọn;
- b có 8 cách chọn;
- c có 7 cách chọn;
- d có 6 cách chọn;

Theo qui tắc nhân lập được $4.8.8.7.6=10752$ số.

Vậy theo qui tắc cộng ta có thể lập được $3024+10572=13776$ số.

Bài toán 4: Một số ví dụ khác

Ví dụ 4.1: *Từ các chữ số* $1,2,3,4,5,6$ *có thể lập được số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số và thỏa mãn điều kiện: 6 chữ số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 chữ số cuối 1 đơn vị.*

Giải

Tổng của 6 chữ số $1,2,3,4,5,6$ là $1+2+3+4+5+6=21$.

Vậy tổng của 3 chữ số đầu là 10. Ta thấy chỉ có các biến đổi sau: $10=1+3+6=1+4+5=2+3+5$.

Để lập ra được số có 6 chữ số, ta có 3 bước:

Bước 1: Chọn ra cặp 3 chữ số đầu. Có 3 cách chọn như trên, vậy $m_1=3$.

Bước 2: Sắp xếp 3 chữ số đầu $m_2=6$.

Bước 3: Sắp xếp 3 chữ số cuối $m_3=6$.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn ra số thỏa mãn yêu cầu đề bài là $m_1.m_2.m_3=3.6.6=108$.

Tóm lại có 108 số thỏa mãn yêu cầu đề ra.

Ví dụ 4.2: *Có 6 quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, 5 quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 4. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.*

Giải

Để chọn được ra 3 quả cầu theo đề bài, ta tiến hành theo 3 bước:

Bước 1: Chọn cầu vàng: Có tất cả $m_1=4$ cách chọn.

Bước 2: Chọn cầu đỏ: Lúc này phải loại đi quả cầu mang số trùng với số của quả cầu vàng đã chọn ở bước 1. Vì thế chỉ còn chọn cầu đỏ trong 4 quả cầu đỏ. Do đó số cách chọn cầu đỏ ở bước 2 là $m_2=4$ cách chọn.

Bước 3: Chọn cầu xanh: Lúc này phải loại đi 2 quả cầu xanh: 1 quả mang số trùng với số quả màu vàng chọn ở bước 1 và 1 quả mang số trùng với số quả cầu đỏ ở bước 2. Vì thế chỉ có thể chọn quả cầu xanh trong 4 quả cầu xanh. Do đó số cách chọn cầu xanh ở bước 3 là $m_3=4$ cách chọn.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn là $m_1m_2m_3=4^3=64$.

Vậy có 64 cách chọn 3 quả cầu theo yêu cầu đề bài.

Ví dụ 4.3: *Cho tập hợp $E=\{1,2,3,4,5,6\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số (các chữ số này chọn từ tập hợp E), sao cho mỗi số hàng nghìn tạo thành đều chia hết cho 4.*

Giải

Ta nhớ lại để một số chia hết cho 4, thì 2 số tận cùng phải là số chia hết cho 4.

Từ tập hợp E ta có thể chọn ra các số sau chia hết cho 4: 12, 16, 24, 32, 36, 44, 52, 56, 64.

Để chọn được các số hàng nghìn thỏa mãn yêu cầu đề bài (có thể lặp đi lặp lại nhiều lần), ta cần tiến hành qua các bước sau:

Bước 1: Chọn 2 số cuối. Theo tên số cách chọn $m_1=9$.

Bước 2: Chọn số hàng trăm: Số cách chọn $m_2=6$ vì $|E|=6$.

Bước 3: Chọn số hàng nghìn: Số cách chọn $m_3 = 6$.

Theo quy tắc nhân, số các số phần tử cần tìm là $m_1 m_2 m_3 = 9.6.6 = 324$.

Vậy có 324 cách chọn.

Ví dụ 4.4: *Một tổ gồm 10 học sinh, trong đó có 7 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho 7 học sinh nam phải đứng liền nhau?*

Giải

Coi 7 học sinh nam đứng liền nhau như một vị trí mà thôi , suy ra có $7.6.5.4.3.2.1 = 5040$ cách .

Số cách bố trí 7 học sinh nam đứng liền nhau xen kẽ với 3 học sinh nữ là: $4.3.2.1 = 24$ cách.

Theo quy tắc nhân có $5040.24 = 120960$ cách.

Vậy có 120960 cách.

Ví dụ 4.5: *Với các chữ số* 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 *có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 5 chữ số khác nhau và trong đó nhất thiết phải có chữ số 5?*

Giải

Ta sử dụng 5 ô sau để viết các số có 5 chữ số:

- Trường hợp 1: Chữ số tạo thành có chữ số 0
  Có 4 cách chọn vị trí cho chữ số 0 (trừ ô thứ nhất). Sau đó còn 4 cách chọn vị trí cho chữ số 5, ba chữ số còn lại chọn trong các chữ số $1,2,3,4,6$. Số cách chọn ba chữ số còn lại là $5.4.3 = 120$ cách. Theo quy tắc nhân số chữ số thu được là $4.4.120 = 960$ số.
- Trường hợp 2: Số tạo thành không chứa chữ số 0
  Có 5 cách chọn vị trí cho chữ số 5, sau đó bốn chữ số còn lại chọn trong các chữ số $1,2,3,4,6$. Số cách chọn bốn chữ số còn lại là $5.4.3.2 = 120$ cách. Theo quy tắc nhân số chữ số thu được là $5.120 = 600$ số.
  Theo quy tắc cộng có: $960 + 600 = 1560$ số.
  Vậy có 1560 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Một trường THPT có hai lớp 11A và 11B. Tổng kết cuối năm lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến, lớp 11B có 22 học sinh tiên tiến. Nhà trường cần chọn một học sinh tiên tiến của lớp 11A hoặc lớp 11B để đi dự Đại hội cháu ngoan. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách lựa chọn? Giả thiết rằng cơ hội được chọn của mỗi học sinh tiên tiến của hai lớp là như nhau. ĐS: 53 cách

Bài 2: Để đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một ngày có thể đi bằng ô tô, tàu hỏa, tàu thuỷ hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thuỷ và 2 chuyến máy bay. Hỏi trong mỗi ngày có bao nhiêu cách lựa chọn để đi từ tỉnh A đến tỉnh B? ĐS: 20 cách

Bài 3: Người ta tiến hành ghi nhãn các chiếc ghế trong một hội trường bằng hai ký tự: ký tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái trong bảng 24 chữ cái. Ký tự ở vị trí thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi trong hội trường có bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau? ĐS: 624 cách

Bài 4: Tính số lượng các ước nguyên dương của số là năm kỷ niệm 1000 năm Thăng Long – Hà Nội?

ĐS: 16

Bài 5: Trong 100 000 số nguyên dương đầu tiên, có bao nhiêu số chứa một chữ số 1, một chữ số 2 và một chữ số 3? ĐS: 2940 số

Bài 6: Thầy giáo có ba quyển sách Toán khác nhau cho ba bạn mượn (mỗi người một quyển). Sang tuần sau thầy giáo thu lại và tiếp tục cho ba bạn mượn ba quyển đó. Hỏi có bao nhiêu cách cho mượn sách mà không bạn nào mượn phải quyển đã đọc? ĐS: 2

Bài 7: Một người có 6 áo, trong đó có 3 áo sọc, 3 áo trắng; có 5 quần, trong đó có 2 quần đen; có 3 đôi giày, trong đó có 2 đôi giày đen. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn mặc áo – quần – giày, nếu:

a) Chọn áo, quần, giày nào cũng được. ĐS: 90

b) Nếu chọn áo sọc thì với quần nào và giày nào cũng được. Nếu chọn áo trắng thì chỉ mặc quần đen và đi giầy đen. ĐS: 57

Bài 8: Gieo đồng thời ba con súc sắc. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra mà tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là 9? ĐS: 25

Bài 9: Có bao nhiêu số nguyên dương gồm không quá bốn chữ số khác nhau?

ĐS: 5292

Bài 10: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau bé hơn số 432 000? ĐS: 4414

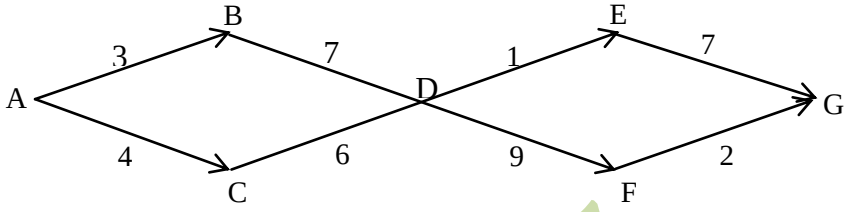
Bài 11: Ba quả cầu được đặt vào ba cái hộp khác nhau (không nhất thiết hộp nào cũng có quả cầu). Hỏi có bao nhiêu cách đặt nếu:

a) Các quả cầu đôi một khác nhau. ĐS: 27 cách

b) Các quả cầu giống nhau. ĐS: 10 cách

Bài 12: Biển số xe máy nếu không kể mã vùng sẽ có 6 ký tự. Trong đó ký tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái trong bảng 24 chữ cái, ký tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập {1, 2, …, 9}, ký tự ở bốn vị trí còn lại là bốn chữ số mà mỗi chữ số thuộc tập {0, 1, …, 9}. Hỏi nếu không kể mã số vùng thì có thể làm được tất cả bao nhiêu biển số xe máy khác nhau? ĐS: 216.10^4

Bài 13: Xét mạng đường nối các tỉnh A, B, C, D, E, F, G trong đó số viết trên mỗi cạnh cho biết số con đường nối hai tỉnh nằm ở hai đầu nút của cạnh (xem hình vẽ). Hỏi có bao nhiêu cách:



a) Đi từ A đến D qua B?

ĐS: 21

b) Đi từ A đến D?

ĐS: 45

c) Đi từ A đến G? ĐS: 1125

Bài 14: Mỗi người sử dụng mạng máy tính đều có một mật khẩu gồm 6 ký tự, mỗi ký tự hoặc là một số trong tập các chữ số từ 0 đến 9 hoặc là một chữ cái trong bảng 24 chữ cái và mật khẩu phải có ít nhất là một chữ số. Hỏi có thể lập được:

a) Tất cả bao nhiêu dãy số gồm 6 ký tự, mỗi ký tự là một chữ cái trong bảng 24 chữ cái hoặc là một chữ số trong tập các chữ số từ 0 đến 9? ĐS: 34^6

b) Tất cả bao nhiêu dãy gồm 6 ký tự không là mật khẩu? ĐS: 24^6

c) Tất cả bao nhiêu dãy gồm 6 ký tự là mật khẩu? ĐS: $34^6 - 24^6$

Bài 15: Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 9. ĐS: 84 số

Bài 16: Cho 6 chữ số 2, 3, 5, 6, 7, 9. Hỏi từ 6 số đó lập được bao nhiêu chữ số đôi một khác nhau gồm:

a) 3 chữ số. ĐS: 120 số

b) Gồm 3 chữ số và nhỏ hơn 400? ĐS: 40 số

c) Gồm 3 chữ số chẵn. ĐS: 40 số

c) Gồm 3 chữ số chia hết cho 5. ĐS: 20 số

Bài 17: Trong một tuần, Bảo định mỗi tối đến thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi Bảo có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn nếu:

a) Có thể thăm 1 bạn nhiều lần. ĐS: 12^7

b) Không đến thăm một bạn quá 1 lần? ĐS: 3991680

Bài 18: Một bàn dài có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm 6ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường Avà 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi trong mỗi trường hợp sau:

a) Bất kì hai học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau đều khác trường. ĐS: 1036800

b) Bất kì hai học sinh nào ngồi đối diện nhau đều khác trường. ĐS: 33177600

Bài 19: Người ta viết ngẫu nhiên các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lên các tấm phiếu, sau đó xếp ngẫu nhiên thành một hàng.

a) Có bao nhiêu số lẻ gồm 6 chữ số được tạo thành. ĐS: 288
b) Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm 6 chữ số được thành. ĐS: 312

Bài 20: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều số đứng giữa thì giống nhau.

ĐS: 900 số

Bài 21: Một đoàn tàu có bốn toa đỗ ở sân ga. Có bốn hành khách bước lên tàu. Hỏi

a) Có bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra. ĐS: 256

b) Có bao nhiêu trường hợp mà mỗi toa có một người lên. ĐS: 24

Bài 22: Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu

a) Số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau? ĐS: 144

b) Số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau? ĐS: 156

Bài 23: Một văn phòng cần chọn mua một tờ nhật báo mỗi ngày. Có 4 loại nhật báo. Hỏi có mấy cách chọn mua báo cho một tuần gồm 6 ngày làm việc? ĐS: 4096 cách

Bài 24: Một tuyến đường xe lửa có 10 nhà ga. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cuộc hành trình bắt đầu ở 1 nhà ga và chấm dứt ở 1 nhà ga khác, biết rằng từ nhà ga nào cũng có thể đi tới bất kỳ nhà ga khác?

ĐS: 90 cách chọn

Bài 25: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho:

a) Nam, nữ ngồi xen kẽ. ĐS: 72 cách

b) Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B phải ngồi kề nhau.

ĐS: 40 cách

c) Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam C, một người nữ D không được ngồi kề nhau.

ĐS: 32 cách

Bài 26: Có 100000 vé được đánh số từ 00000 đến 99999. Hỏi số vé gồm 5 chữ số khác nhau.

ĐS: 30240 vé

Bài 27: Xét dãy số gồm 7 chữ số (mỗi chữ số được chọn từ 0, 1, 2,…, 8, 9) thỏa mãn chữ số vị trí số 3 là số chẵn, chữ số cuối không chia hết cho 5, các chữ số 4, 5, 6 đôi một khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn. ĐS: 2880000 cách

Bài 28: Cho 10 chữ số 0, 1, 2,…, 7, 8, 9. Có bao nhiêu số lẻ có 6 chữ số khác nhau nhỏ hơn 600000 xây dựng từ các chữ số trên. ĐS: 36960 số

Bài 29: Cho $X=\{0,1,2,3,4,5\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số từ X mà chữ số 1 có mặt đúng 3 lần còn các chữ số khác có mặt đúng 1 lần. ĐS: 5880 số

Bài 30: Có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ 0, 2, 3, 6, 9.

ĐS: 60 số

Bài 31: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số sao cho tổng các chữ số của mỗi số là một số lẻ.

ĐS: 4500000 số

Bài 32: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

ĐS: 114240 số

Bài 33: Cho $X=\{0,1,2,3,4,5\}$.

a) Có bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số khác nhau một đôi một. ĐS: 156 số

b) Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 5. ĐS: 36 số

c) Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 9. ĐS: 16 số.

Bài 34: Một đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy? ĐS:225 cách chọn.

Bài 35: Có bao nhiêu số tự nhiên có:

a) 5 chữ số mà cả 5 chữ số đều là chẵn? ĐS: có $4.5^4=2500$ số.

b) 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau (số có dạng $\overline{abcba}$) ? ĐS: $9.10^2=900$ số.

Bài 36: Cho các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số từ những chữ số trên , trong đó chữ số 4 có mặt đúng 3 lần, còn các chữ số khác có mặt đúng một lần. ĐS: 720 số.

EDUFLY