TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM	**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I (NĂM HỌC 2017 – 2018)**
TỔ TOÁN – TIN HỌC	**Môn : TOÁN LỚP 9**
	Thời gian làm bài : 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (*3 điểm*).

Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}.$

a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P.

b. Tính giá trị của P khi $x=7-4\sqrt{3}.$

c. Tìm tất cả các giá trị của x để $P\ge\dfrac{2}{3}.$

Bài 2 (*2.5 điểm*).

Cho đường thẳng (d) có phương trình: $y=(m+1)x+3-2m$ (m là tham số).

a. Khi $m=-\dfrac{1}{2}$, vẽ đường thẳng d và tìm diện tích của tam giác tạo bởi d và hai trục tọa độ.

b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) vuông góc với đường thẳng (d') có phương trình: $y=x+3.$

c. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Bài 3 (*3.5 điểm*).

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC đến (O), B, C là tiếp điểm.

a. Chứng minh rằng $AO\perp BC.$

b. Kẻ đường kính BD của đường tròn, chứng minh rằng $CD \parallel AO.$

c. Cho $OB=3cm, OA=5cm.$ Tính diện tích tam giác $BCD.$

d. Trung trực BD cắt CD ở E, AE cắt OC ở F, AC cắt OE ở G. Chứng minh rằng FG là trung trực AO.

Bài 4 (*1 điểm*).

a. Giải phương trình $\sqrt{3+x}+\sqrt{6-x}=\sqrt{4x^2-12x+27}.$

b.**(Dành riêng cho lớp 9A)**

Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}=1.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{x^2}{x+y}+\frac{y^2}{y+z}+\frac{z^2}{z+x}.$$

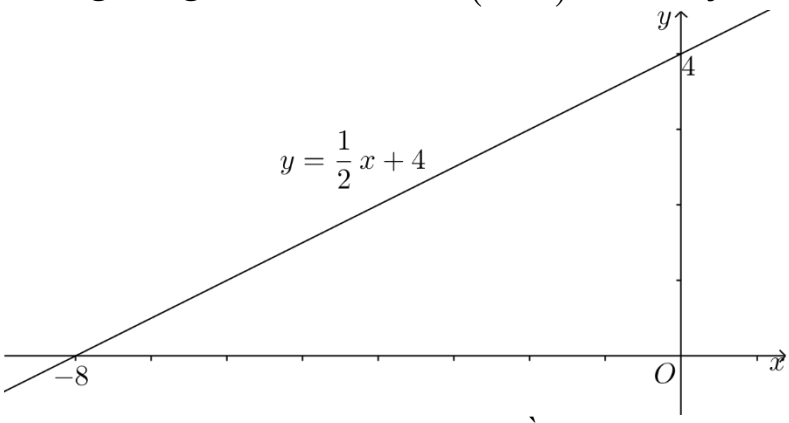
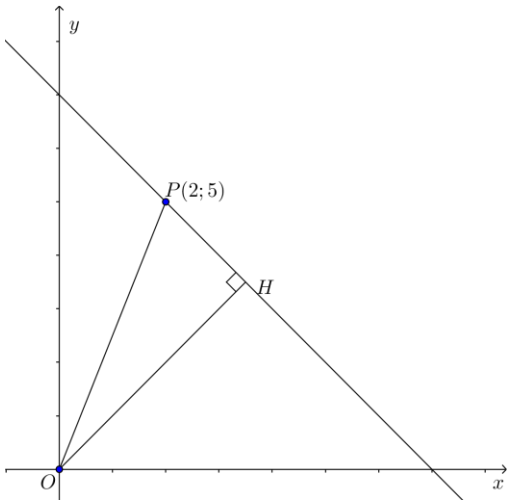
HẾT

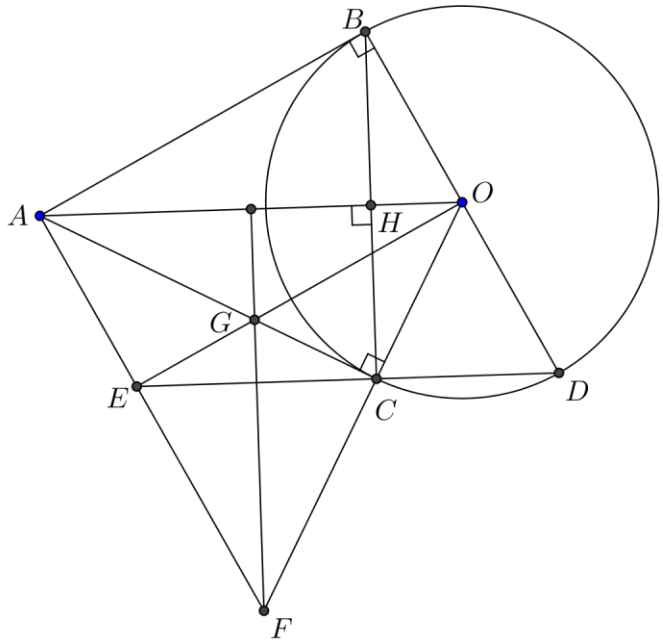
SỞ GD-ĐT HÀ NỘI TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM	KIỂM TRA HỌC KỲ 1 NĂM HỌC 2017 – 2018 HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9

Hướng dẫn chung:

- *Mỗi bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau, trong HDC này chỉ trình bày sơ lược một cách giải, gồm những ý chính cần phải đạt được cho cách giải đó; học sinh có thể giải khác với cách giải trình bày trong HDC, nếu đúng, giám khảo căn cứ biểu điểm để cho điểm.*
- *Trong một bài toán có nhiều phần, học sinh **không được** sử dụng kết quả của phần trước, khi chưa giải, để giải phần sau.*
- *Điểm toàn bài chấm lẻ đến 0.25, không làm tròn.*
- *Hướng dẫn chấm này gồm 4 trang.*

Câu	Ý	Nội dung cần trình bày	Điểm
1	1	Điều kiện: $x \ge 0, x \ne 1$.	0.25
		Biến đổi $$\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$$	0.5
		Suy ra $P=\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$.	0.25
	2	Ta có $7-4\sqrt{3}=\left(2-\sqrt{3}\right)^2$. Suy ra $$\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=\left\|2-\sqrt{3}\right\|=2-\sqrt{3}$$	0.25
		Suy ra, với $x=7-4\sqrt{3}$ thì $x+\sqrt{x}+1=7-4\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+1=10-5\sqrt{3}=5\left(2-\sqrt{3}\right)$	0.25
		Từ đó $P=\frac{2}{5\left(2-\sqrt{3}\right)}=\frac{2\left(2+\sqrt{3}\right)}{5}=\frac{4+2\sqrt{3}}{5}=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{5}$	0.5
	3	Để ý rằng $x+\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$, nên	0.25
		$P\ge\frac{2}{3}\Leftrightarrow x+\sqrt{x}+1\le 3\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)\le 0$	0.25
		$\Leftrightarrow\sqrt{x}-1\le 0\Leftrightarrow x\le 1$	0.25
		Kết hợp với điều kiện xác định: $0<x<1$.	0.25
2	1	Khi $m=-\frac{1}{2}$ thì $y=\frac{1}{2}x+4$.	0.25

		Đường thẳng d cắt Ox tại $M(-8;0)$ và cắt Oy tại $N(0;4)$.  Khi đó, diện tích tam giác OMN bằng $S=\frac{1}{2}\cdot OM\cdot ON=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4=16$ (đ.v.d.t).	**0.25** **0.25** **0.25**
	2	Đường thẳng d có hệ số góc bằng $(m+1)$, đường thẳng $d':y=x+3$ có hệ số góc bằng 1.	**0.25**
		Suy ra $d\perp d'\Leftrightarrow (m+1)\cdot 1=-1$	**0.25**
		Giải phương trình, thu được $m=-2$.	**0.25**
		Kết luận	**0.25**
	3	 + Chỉ ra đường thẳng d luôn đi qua điểm $P(2;5)$ với mọi m. Đường thẳng OP có phương trình $y=\frac{5}{2}x$ + Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d. Khi đó $OH\le OP,"="\Leftrightarrow H\equiv P$ + Vậy, $d(O;d)$ lớn nhất khi và chỉ khi $d\perp OP\Leftrightarrow m=-\frac{7}{5}$.	**0.25** **0.25**
		Lưu ý: Học sinh cũng có thể giải bằng cách gọi A,B là giao điểm của d với Ox,Oy, rồi sử dụng dẳng thức $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$ để đánh giá độ dài OH theo m, từ đó tìm ra GTLN của OH, và có KQ đúng; nhưng, nếu không xét trường hợp $m=-1$ ($d\parallel Ox$) và trường hợp $m=\frac{3}{2}$ ($A\equiv B\equiv O$) thì chỉ cho một nửa số điểm.	

3			
	1	Theo tính chất tiếp tuyến, $AB = AC$. Suy ra A nằm trên trung trực của BC	**0.25**
		Do $B, C \in (O)$, nên $OB = OC$. Suy ra O nằm trên trung trực của BC.	**0.25**
		Vậy OA là trung trực của BC. Do đó $OA \perp BC$.	**0.5**
	2	Tam giác BCD có O là trung điểm của BD và $OB = OC = OD$ (cùng bằng bán kính của đường tròn).	**0.25**
		Từ đó chỉ ra được tam giác BCD vuông tại C, hay $CD \perp BC$.	**0.5**
		Từ đó và kết quả phần 1, suy ra $CD \parallel AO$.	**0.25**
	3	Gọi H là giao điểm của BC và AO. Khi đó H là trung điểm BC.	**0.25**
		Trong tam giác vuông OBA có $OB^2 = OH \cdot OA$. Suy ra $OH = \dfrac{OB^2}{OA} = \dfrac{9}{5}$. Từ đó, theo định lý Pythagoras, $BH = \sqrt{BO^2 - OH^2} = \dfrac{12}{5}$. Suy ra $BC = 2BH = \dfrac{24}{5}$	**0.25**
		Trong tam giác BCD có OH là đường trung bình, suy ra $CD = 2OH = \dfrac{18}{5}$.	**0.25**
		Suy ra $S_{\Delta BCD} = \dfrac{1}{2} \cdot BC \cdot CD = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{24}{5} \cdot \dfrac{18}{5} = \dfrac{216}{25} = 8,64(\text{cm}^2)$	**0.25**
	4	Từ kết quả phần 2, suy ra $\angle EDO = \angle CDO = \angle AOB$. Từ đó $\Delta ABO = \Delta EOD$. Suy ra tứ giác $ABOE$ là hình chữ nhật. Suy ra $OE \perp AF$. Từ đó, do $AC \perp OF$, suy ra G là trực tâm của tam giác FAO và do đó $FG \perp AO$. (1)	**0.25**
		Do $ABOE$ là hìnhchữ nhật, nên	**0.25**

		$\angle OAF = 90^\circ - \angle OAB = 90^\circ - \angle OED = \angle ODE$ Do các tam giác OBC, OCD cân (tại O), nên $\angle ODE = \angle OCD = 90^\circ - \angle OCB = \angle COA$ Suy ra $\angle FAO = \angle FOA$ và do đó tam giác FAB cân tại F. Kết hợp với (1), ta được FG là trung trực của AO.	
4	**1**	Điều kiện: $-3 \le x \le 6$ Theo bất đẳng thức Cauchy-Bunhiacopsky-Schwarz $VT = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} \le 3\sqrt{2}, "=" \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$	**0.5-0.25**
		Mặt khác, $4x^2 - 12x + 27 = (2x-3)^2 + 18$. Suy ra $VP = \sqrt{4x^2 - 12x + 27} \ge 3\sqrt{2}, "=" \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$. Vậy, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{2}$.	**0.5-0.25**
	2	Theo bất đẳng thức Cauchy-Bunhiacopsky-Schwarz chứng minh được $P = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} \ge \frac{(x+y+z)^2}{2(x+y+z)} = \frac{x+y+z}{2}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z$.	**0.25**
		Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có $\frac{x+y}{2} \ge \sqrt{xy}, \frac{y+z}{2} \ge \sqrt{yz}, \frac{z+x}{2} \ge \sqrt{zx}$. Suy ra $P \ge \frac{x+y+z}{2} = \frac{\frac{x+y}{2} + \frac{y+z}{2} + \frac{z+x}{2}}{2} \ge \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}}{2} = \frac{1}{2}$ Dấu đẳng thức xỷ ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$. KL ….	**0.25**