

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm 01 trang)

Bài 1 (2 điểm). Cho biểu thức $A = 1 - \frac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = \frac{16}{9}$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Đặt $P = B : A$, tìm x để $P < 1 - \sqrt{x}$.

Bài 2 (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến B cách nhau 24 km. Cùng lúc đó, một bè nứa trôi tự do xuôi dòng từ A về B với vận tốc vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B, ca nô quay lại A ngay và gặp bè nứa tại điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Bài 3 (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x - m$.

a) Tìm m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (x_1^2 + 5x_2)^2 + 46m$.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ ngoại tiếp tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), kẻ đường kính AD . Tiếp tuyến với đường tròn $(O; R)$ tại D cắt BC tại E , kẻ $OH \perp BC$ ($H \in BC$).

1) Chứng minh tứ giác $OHDE$ nội tiếp.

2) Chứng minh $ED^2 = EC \cdot EB$.

3) Từ C vẽ đường thẳng song song với OE cắt AD tại I . Chứng minh $HI \parallel AB$.

4) Qua D vẽ đường thẳng song song với OE cắt AB và AC lần lượt tại M và N , gọi G là trọng tâm tam giác AMN . Tính độ dài AG theo R .

Bài 5 (0,5 điểm). Giải phương trình sau:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 3} + \sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 + 4} - 4x^2 - 4x - 1$$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
Bài 1 2đ	1. 0,5đ	$(x \geq 0; x \neq 1); x = \frac{16}{9} \Rightarrow A = \frac{3}{37}$	0,5
	2. 1đ	$B = \frac{(x + \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} - \frac{x - \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$B = \frac{x + \sqrt{x} + 1 - x + \sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}$	0,5
		$B = \frac{2\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}$	
		$B = \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}$ $B = \frac{2}{(x + \sqrt{x} + 1)}$	0,25
	3. 0,5đ	Ta có: $P = B : A = \frac{2}{(x + \sqrt{x} + 1)} : \left(1 - \frac{x + 2}{x + \sqrt{x} + 1}\right) = \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
Xét $P = \frac{2}{\sqrt{x} - 1} < 1 - \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x} - 1} + \sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{2 + (\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 1} < 0$ Ta có: $2 + (\sqrt{x} - 1)^2 \geq 2, \forall x \geq 0; x \neq 1$ nên suy ra $\sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$		0,25	
Bài 2 2đ	2đ	Gọi vận tốc thực của ca nô là x ($x > 4$, km/h)	0,25
		Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B là $\frac{24}{x + 4}$ (giờ)	0,25
		Thời gian ca nô đi ngược dòng từ B đến C là $\frac{24 - 8}{x - 4} = \frac{16}{x - 4}$ (giờ)	0,25
		Thời gian bè nửa trôi từ A đến B và gặp ca nô là tổng thời gian ca nô đi từ A đến B và từ B trở lại C, ta có phương trình: $\frac{24}{x + 4} + \frac{16}{x - 4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow \frac{24}{x + 4} + \frac{16}{x - 4} = 2 \quad (1)$	0,5
		Giải phương trình (1) $\frac{24}{x + 4} + \frac{16}{x - 4} = 2$ $\Leftrightarrow 24(x - 4) + 16(x + 4) = 2(x^2 - 16)$ $\Leftrightarrow x^2 - 20x = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \end{cases}$	0,5

		Kết hợp điều kiện suy ra $x = 20$ km/h. Vậy vận tốc thực của ca nô là 20 km/h	0,25	
Bài 3	1. 1đ	Điều kiện: $x - y + 2 \neq 0; x + y - 1 \neq 0$ Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x - y + 2} = a \\ \frac{1}{x + y - 1} = b \end{cases}$.	0,25	
		Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 7a - 5b = \frac{9}{2} \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 10b = 9 \\ 15a + 10b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 29a = 29 \\ 15a + 10b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25	
		Suy ra $\begin{cases} \frac{1}{x - y + 2} = 1 \\ \frac{1}{x + y - 1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2 = 1 \\ x + y - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (TMĐK)	0,25	
		Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.	0,25	
	2đ	2.a 0,5đ	Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 5x - m \Leftrightarrow x^2 - 5x + m = 0$ (3)	0,25
			Đế (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì (3) phải có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Điều kiện $\Delta > 0 \Leftrightarrow 25 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{25}{4}$. (*)	0,25
	2.b 0,5đ		Vì x_1 là nghiệm của phương trình (3) nên ta có $x_1^2 - 5x_1 + m = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 5x_1 - m$. Vậy $T = (x_1^2 + 5x_2)^2 + 46m = (5x_1 + 5x_2 - m)^2 + 46m = [5(x_1 + x_2) - m]^2 + 46m$	0,25
			Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$, thay vào biểu thức T ta có $T = (25 - m)^2 + 46m = m^2 - 4m + 625 = (m - 2)^2 + 621 \geq 621$. Dấu bằng xảy ra khi $m = 2$ thỏa mãn điều kiện (*) Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 621 khi $m = 2$.	0,25

		0,25đ
0,25đ	<p>Vì $OH \perp BC$ (H là trung điểm của BC) nên $OHE = 90^\circ$</p> <p>$OD \perp DE$ (DE là tiếp tuyến) nên $ODE = 90^\circ \Rightarrow OHE = ODE = 90^\circ$</p> <p>Xét tứ giác $OHDE$ có: $OHE = ODE = 90^\circ$ mà H và D là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh OE. Vậy tứ giác $OHDE$ nội tiếp.</p>	0,25 0,25 0,25
Bài 4 3,5đ	<p>$EDC = \frac{1}{2}sdCD$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)</p> <p>$EBD = \frac{1}{2}sdCD$ (góc nội tiếp)</p> <p>$\Rightarrow EDC = EBD$</p> <p>Xét $\triangle EDC$ và $\triangle EBD$ ta có:</p> <p>$EDC = EBD$</p> <p>E chung</p> <p>$\Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle EBD (g-g)$</p> <p>$\Rightarrow \frac{ED}{EB} = \frac{EC}{ED} \Rightarrow ED^2 = EC.EB$ (đpcm)</p>	0,25 0,25 0,25
3. 1đ	<p>Ta có $CI // EO \Rightarrow HCI = HEO$ (hai góc ở vị trí đồng vị)</p> <p>Tứ giác $OHDE$ nội tiếp nên $HDI = HEO$ (cùng chắn cung OH)</p> <p>$\Rightarrow HCI = HDI$</p> <p>Tứ giác $HICD$ có hai đỉnh D và C là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh HI dưới $HCI = HDI$, nên tứ giác $HICD$ là tứ giác nội tiếp.</p> <p>Tứ giác $HICD$ nội tiếp nên $IHC = IDC$ (góc nội tiếp chắn cung IC).</p> <p>$ABC = IDC$ (góc nội tiếp chắn cung AC).</p> <p>$\Rightarrow ABC = IHC$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HI // AB$</p>	0,25 0,25 0,5
4. 0,5đ	<p>Gọi F là giao điểm của CI và AB, ta có $CI // OE$, mà $OE // MN$ nên $MN // CF$. Theo Ta-let: $\frac{CI}{DN} = \frac{FI}{MD} \left(= \frac{AI}{AD} \right)$ (1)</p> <p>Ta có: $HI // AB \Rightarrow IH // KB$, mà H là trung điểm của BC nên $FI = IC$ (2)</p>	0,25 0,25

		<p>Từ (1) và (2) suy ra $DN = DM$. Suy ra AD là trung tuyến của tam giác AMN. G là trọng tâm của tam giác AMN nên G thuộc AD.</p> $AG = \frac{2}{3} AD; AO = \frac{1}{2} AD \Rightarrow AG = \frac{4}{3} AO = \frac{4}{3} R.$	
Bài 5 0,5đ	0,5đ	$\sqrt{x^2 - 2x + 3} + \sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 + 4} - 4x^2 - 4x - 1$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 3} + \sqrt{2x + 1} = \sqrt{x^2 + 4} - (2x + 1)^2$ <p>Với $a; b \geq 0$, ta có bất đẳng thức sau: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a + b}$</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi $a = 0$ hoặc $b = 0$</p>	0,25
		<p>Áp dụng bất đẳng thức trên ta có:</p> $\sqrt{x^2 - 2x + 3} + \sqrt{2x + 1} \geq \sqrt{x^2 + 4} \quad (1)$ <p>Và $\sqrt{x^2 + 4} - (2x + 1)^2 \leq \sqrt{x^2 + 4} \quad (2)$</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra phương trình có nghiệm khi $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$</p>	0,25

Lưu ý:

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Bài 4: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.