

Bài I. (2,0 điểm)

1) Với $x = 16$ (tmdk)

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} + 3} = \frac{4}{7}$$

Vậy

$$A = \frac{4}{7} \text{ khi } x = 16$$

2)

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x + 9}{x - 9}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) - 3x - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$B = \frac{2x + 6\sqrt{x} - 3x - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$B = \frac{-x + 6\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$B = \frac{-(\sqrt{x} - 3)^2}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$B = \frac{-\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 3)}$$

$$A + B = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \frac{3}{\sqrt{x} + 3}$$

Bài II. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Gọi số bộ bảo hộ y tế mỗi ngày tổ sản xuất phải làm theo kế hoạch là x (bộ, $x \in \mathbb{N}^*$)

Gọi thời gian làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế theo kế hoạch của tổ sản xuất là y (ngày, $y > 8$)

Thực tế, số đồ bảo hộ y tế mỗi ngày tổ sản xuất làm được là $x + 100$ (bộ)

Thực tế, thời gian làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế của tổ sản xuất là $y - 8$ (ngày)

Theo bài ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x \cdot y = 4800 \\ (x + 100)(y - 8) = 4800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 4800 \\ x \cdot y - 8x + 100y - 800 = 4800 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 4800 \\ 2x - 25y + 200 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4800}{y} \\ 2 \cdot \frac{4800}{y} - 25y + 200 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4800}{y} \\ -25y^2 + 200y + 9600 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 4800 \\ \begin{cases} y = -16 \text{ (L)} \\ y = 24 \text{ (TM)} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \text{ (TM)} \\ y = 24 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số bộ bảo hộ y tế mỗi ngày tổ sản xuất phải làm theo kế hoạch là 200 bộ.

2) Diện tích mặt được sơn của thùng nước là: $2\pi Rh = 2,3,14,0,5,1,6 \approx 5,024 \text{ m}^2$

Bài III. (2,0 điểm)

1) ĐK: $x \neq -1$

Đặt $a = \frac{1}{x+1}$, $a \neq 0$.

Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} 3a - 2y = -1 \\ 5a + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} (TM)$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn là $(0; 2)$.

2) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = 2x + m - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 = 0$$

$$\Delta' = 1 + m - 2 = m - 1$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 1$.

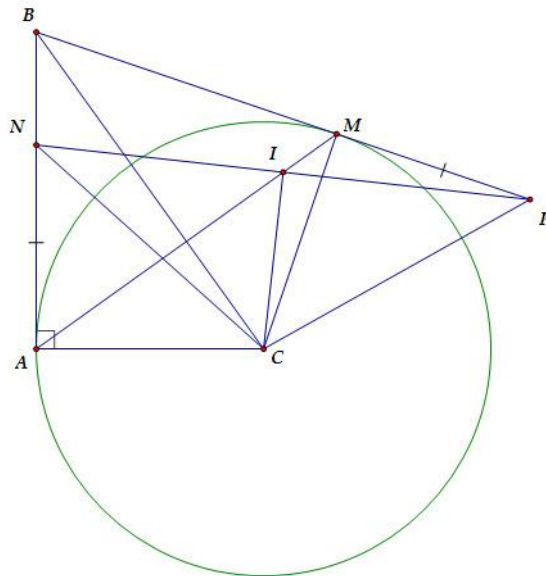
Định lí Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m + 2 \end{cases}$

Ta có: $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4$

Suy ra $2^2 - 4(-m + 2) = 4 \Leftrightarrow m = 2 (TM)$

Vậy $m = 2$.

Bài IV. (3,0 điểm)



1) Ta có ΔABC vuông tại $A \Rightarrow A, B, C$ thuộc đường tròn đường kính BC (1)

Lại có BM là tiếp tuyến của $(C; CA) \Rightarrow BM \perp MC$ tại $M \Rightarrow \Delta BMC$ vuông tại $M \Rightarrow B, M, C$ thuộc đường tròn đường kính BC (2)

Từ (1); (2) $\Rightarrow A, B, M, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

2) Xét ΔCAN và ΔCMP có:

$$\begin{cases} AN = PM \text{ (gt)} \\ \widehat{CAN} = \widehat{CPM} (= 90^\circ) \\ CA = CP (= R) \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta CAN = \Delta CMP$ (c - g - c)

$\Rightarrow CN = CP$ (2 cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \Delta CNP$ cân tại C .

Gọi I là giao điểm của NP và AM .

Ta có $\Delta CAN = \Delta CMP$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{CNA} = \widehat{CPM}$ (2 góc tương ứng)

$\Rightarrow CNBP$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CNBP$ có $\widehat{CNP} = \widehat{CBP}$ (cùng chắn cung CP) (3)

Lại có $ACMB$ là tứ giác nội tiếp do A, B, M, C cùng thuộc 1 đường tròn $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{CBM}$ (4)

Từ (3), (4) $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{CNP}$

Xét tứ giác $ANIC$ có $\widehat{CAI} = \widehat{CNI}$ (cmt).

Mà A,N là 2 đỉnh kề \Rightarrow ANIC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CAN} + \widehat{CIN} = 180^\circ$

Lại có $\widehat{CAN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CIN} = 90^\circ \Rightarrow CI \perp NP$ tại I.

Xét $\triangle CNP$ cân tại C có CI là đường cao \Rightarrow CI là đường trung tuyến \Rightarrow I là trung điểm của NP.

Bài V. (0,5 điểm)

$$+) a^2 + b^2 = 2 \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) = 4$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) = 4$$

$$\Rightarrow -2 \leq a+b \leq 2$$

$$+) a^2 + b^2 = 2 \Rightarrow ab = \frac{(a+b)^2 - 2}{2}$$

$$P = 3(a+b) + ab = \frac{(a+b)^2 + 6(a+b) - 2}{2} = \frac{(a+b+2)(a+b+4) - 10}{2}$$

Từ $a+b \geq -2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b+2 \geq 0 \\ a+b+4 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P \geq \frac{-10}{2} = -5$$

$$\min P = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = -2 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$